

Euler

Es geht hier um ein Beispiel für die Verwendung des Königsberger-Brücken-Problems, also eines Eulerschen Wegs. Hierfür wird davon ausgegangen, dass beide so weit bekannt sind, dass die Kenntnis der beiden folgenden Sätze vorausgesetzt werden kann:

Ein Eulerscher Weg ist ein geschlossener Kantenzug, in dem jede Kante genau einmal vorkommt.

und

Ein zusammenhängender ungerichteter Graph ist genau dann ein Eulerscher Graph, wenn die Zahl der zugehörigen Kanten jedes Knotens gerade ist.

Wir beginnen mit dem Gallenbacher-Graphen und der ...

Aufgabe

- **Begründen** Sie, weshalb es für den Gallenbacher-Graphen keinen Eulerschen Weg geben kann. Das wäre ein Rundweg, bei dem jede Kante (jeder Straßenabschnitt) genau einmal befahren wird.
- **Untersuchen** Sie, ob es möglich ist, eine oder mehrere Kanten aus dem Graphen zu entfernen, so dass er danach ein Eulerscher Graph ist.

Eigentlich kein Problem

Die erste Aufgabe ist eigentlich kein Problem der Informatik, da sie elementar durch die Anwendung des Satzes zu prüfen ist. Dennoch kann es als Übung interessant sein, eine Funktion zu schreiben, die diese Frage beantwortet, wenn man sie auf die zugehörige Datenstruktur anwendet.

Aufgabe

- **Entwerfen** Sie eine Testfunktion `istEulerscherGraph` und **implementieren** Sie diese.

Die Funktionen unterscheiden sich deutlich (auch in ihrem Aufwand) für die beiden Datenstrukturen Kantenliste und Knotenliste.

Zur Lösung für den Eulerschen Graphen

Die Lösung erfordert nur das Entfernen zweier Kanten und sollte daher leicht „per Hand“ zu finden sein. Aufwändiger ist das Entwickeln einer Programmlösung. Strategie kann sein: Bestimme zunächst die Anzahl der Knoten mit ungerader Kantenzahl im Graphen. Suche dann Knoten mit ungerader Kantenzahl und entferne eine Kante, bei der die Anzahl der Knoten mit ungerader Kantenzahl im Graphen abnimmt.

Aufgabe

- **Implementieren** Sie eine Funktion zum Erzeugen eines Eulerschen Wegs.

Hier sollte es klar sein, dass man beispielsweise mit einer Tiefensuche mit backtracking arbeiten kann.